

修課班級: \_\_\_\_\_ 學生班級: \_\_\_\_\_ 姓名: \_\_\_\_\_ 學號: \_\_\_\_\_

(一) 選擇題: 每題 5分, 共 80分。(請將答案選項代號劃記在答案卡上, 並在答案卡的科目欄劃記 01)

1. 求極限  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{4x^2 + 4} - 2\sqrt{2}}{x - 1}$  之值為 ?  
 (A)  $2\sqrt{2}$  (B)  $\sqrt{2}$  (C) 4 (D) 1 (E) 0
2. 下列哪一個函數在  $x = 1$  連續 ?  
 (A)  $f(x) = \frac{x+1}{x^2 - x - 2}$  (B)  $f(x) = \begin{cases} 4x+1, & x \neq 1 \\ 2x+1, & x = 1 \end{cases}$  (C)  $f(x) = \frac{x-1}{x^2-1}$  (D)  $f(x) = \frac{2}{x-1}$  (E) 以上皆是
3. 下列敘述何者正確 ?  
 (A) 若  $f(2) = 4$ , 則  $\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = 4$  (B) 若  $\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = 3$  且  $f(2) = 3$  則  $\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = 3$   
 (C) 若  $f$  在  $x \neq 0$  處均連續且  $f(0) = 0$ , 則  $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = 0$  (D) 若  $f$  在  $x = a$  處連續, 則  $\lim_{x \rightarrow a^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow a^+} f(x)$   
 (E) 以上皆非
4.  $f(x) = \begin{cases} \frac{4-x^2}{2x^2+x^3}, & x < -2 \\ kx^2+3x-1, & x \geq -2 \end{cases}$  請問  $k$  為何值時,  $f(x)$  在  $(-\infty, \infty)$  間連續。  
 (A)  $k = 1$  (B)  $k = 2$  (C)  $k = -2$  (D)  $k = -1$  (E)  $k = 0$
5. 對於函數之可微性與連續性關係, 下列何者正確 ? (下列選項所述切線, 涵蓋水平及鉛直切線)  
 (A)  $f(x)$  在  $x = a$  連續, 則在  $x = a$  有切線 (B)  $f(x)$  在  $x = a$  有切線, 則在  $x = a$  可微  
 (C)  $f(x)$  在  $x = a$  可微, 則在  $x = a$  連續 (D)  $f(x)$  在  $x = a$  不可微, 則在  $x = a$  不連續  
 (E) 以上皆非
6.  $f(x) = \frac{3}{x^3} + \frac{4}{\sqrt{x}} + 1$ , 則  $f'(x) = ?$   
 (A)  $f'(x) = 9x^{-4} + 2x^{-\frac{1}{2}}$  (B)  $f'(x) = -9x^{-4} - 2x^{-\frac{3}{2}}$  (C)  $f'(x) = -9x^{-4} + 2x^{-\frac{1}{2}}$   
 (D)  $f'(x) = 9x^{-3} - 2x^{-\frac{3}{2}}$  (E)  $f'(x) = -9x^{-4} + 2x^{-\frac{3}{2}}$
7.  $f(x) = \frac{1}{5}x^5 + (x^2 + 1)(x^2 - x - 1) + 28$ , 則  $f'(x) = ?$   
 (A)  $f'(x) = x^4 + 2x^3 + 4x^2 - 1$  (B)  $f'(x) = x^4 - 4x^3 + 3x^2 + 1$  (C)  $f'(x) = x^4 - 2x^3 - 4x + 1$   
 (D)  $f'(x) = x^4 + 4x^3 - 3x^2 - 1$  (E)  $f'(x) = x^4 + 4x^3 + 4x^2 - 1$
8. 函數  $f(x) = \frac{3x}{x^2 - 2}$ , 求在點  $(2, 3)$  之切線方程式為何 ?  
 (A)  $y = -\frac{9}{2}x + 12$  (B)  $y = \frac{13}{4}x - \frac{7}{2}$  (C)  $y = \frac{9}{2}x - 6$  (D)  $y = 4x - 5$  (E)  $y = -\frac{5}{2}x + 8$
9. 下列何者敘述是不正確 ?  
 (A)  $f(x) = \sqrt{x+1}$  的定義域為  $[-1, \infty)$  (B)  $f(x) = \sqrt{x^2+3}$  的定義域為  $(-\infty, \infty)$   
 (C)  $f(x) = \frac{2}{\sqrt{1-x}}$  的定義域為  $(-\infty, 1)$  (D)  $f(x) = \frac{\sqrt{1-x}}{x^2-4}$  的定義域為  $(-\infty, -2) \cup (-2, 1)$   
 (E)  $f(x) = \frac{x}{|x|}$  的定義域為  $(-\infty, 0) \cup (0, \infty)$

背面有題目, 請翻面。

10. 函數  $f(x) = \sqrt{x} + 1$ ,  $g(x) = \frac{x}{x+1}$ , 下列何者為合成函數  $g \circ f$  ?

- (A)  $\frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}+2}$  (B)  $\frac{\sqrt{x}-4}{\sqrt{x}+1}$  (C)  $\sqrt{\frac{x}{1+x}} + 1$  (D)  $\sqrt{\frac{1+x}{x}}$  (E)  $\frac{x(\sqrt{x}+1)}{1+x}$

11. 函數  $f(x) = \frac{x}{x^2-1}$ ,  $g(x) = \sqrt{x}$ , 則合成函數  $f \circ g$  之定義域為何 ?

- (A)  $(-\infty, 1) \cup (1, \infty)$  (B)  $(1, \infty)$  (C)  $[0, 1)$  (D)  $(-\infty, 1)$  (E)  $[0, 1) \cup (1, \infty)$

12. 假設  $h(x) = f(x^3)$ , 且已知  $f'(2) = 4$ ,  $f'(8) = 3$ , 求  $h'(2) =$

- (A) 12 (B) 24 (C) 36 (D) 48 (E) 60

13. 設  $y = \frac{1}{u^2}$ , 且  $u = \sqrt{2x} + 1$ , 求  $\frac{dy}{dx} =$

- (A)  $\frac{1}{\sqrt{2x}}$  (B)  $\frac{1}{\sqrt{2x}(\sqrt{2x}+1)^3}$  (C)  $\frac{-2}{\sqrt{2x}(\sqrt{2x}+1)^3}$  (D)  $\frac{-2}{(\sqrt{2x}+1)^2}$  (E)  $\frac{-1}{\sqrt{x}(\sqrt{x}+1)}$

14. 設  $f(x) = \frac{3}{\sqrt[3]{2x^2+x}}$ , 求  $\frac{df}{dx}|_{x=1} =$

- (A)  $\frac{-5}{3\sqrt[3]{3}}$  (B)  $\frac{1}{\sqrt{3}}$  (C)  $\frac{-3}{\sqrt[3]{9}}$  (D)  $\frac{-15}{3\sqrt{3}}$  (E)  $\frac{-1}{3\sqrt[3]{9}}$

15. 若  $g(x) = \sqrt{x}(x^2-1)^3$ , 求  $g'(x) = ?$

- (A)  $3\sqrt{x}(x^2-1)^2$  (B)  $(2x^2-1)^2(x^2-3)$  (C)  $\frac{(x^2-1)^2(13x-1)}{2x}$  (D)  $\frac{(x-1)^2(3x^2-1)}{\sqrt{x}}$  (E)  $\frac{(x^2-1)^2(13x^2-1)}{2\sqrt{x}}$

16. 若  $\sqrt{xy} = 2x + y^2$ , 求  $\frac{dy}{dx} =$

- (A)  $\frac{xy}{x-4y}$  (B)  $\frac{\sqrt{xy}-x}{4\sqrt{xy}}$  (C)  $\frac{\sqrt{xy}}{x-4\sqrt{xy}}$  (D)  $\frac{4\sqrt{xy}-y}{x-4y\sqrt{xy}}$  (E)  $\frac{4\sqrt{xy}-y}{\sqrt{xy}}$

(二) 計算題: 每題 10 分, 共 20 分。請將**詳細計算過程**書寫在每題**題目下方**的空白處 (不能寫在計算紙上), 否則不予計分。

1. (a) 請寫出導函數  $f'(x)$  的極限定義。(b) 請利用此定義求  $f(x) = \frac{1}{x}$ ,  $x \neq 0$  的導函數  $f'(x)$ 。

2. 設  $(x + xy - 1)^2 = 4x$ , 利用隱函數方法, (1) 求  $\frac{dy}{dx} = ?$  (2) 求在點  $x = 1$  的切線斜率。

106-1 學年期中 01 卷 選擇題解答:

1. (B)

2. (A)

3. (D)

4. (B)

5. (C)

6. (B)

7. (D)

8. (A)

9. (D)

10. (A)

11. (E)

12. (C)

13. (C)

14. (A)

15. (E)

16. (D)