數學人生觀

~數學的美麗與哀愁~

國立勤益科技大學 基礎通識教育中心
劉柏宏
107年12月12日於國立虎尾科技大學

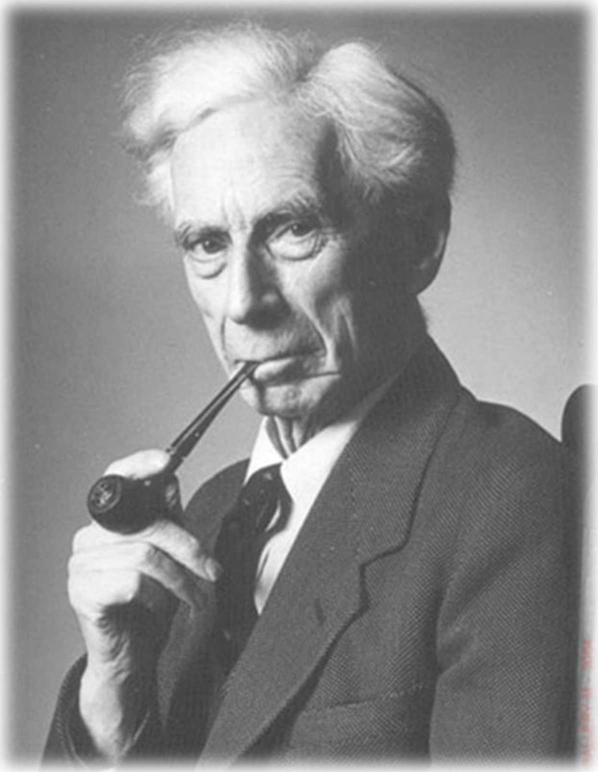
- 喜歡數學嗎？
- 數學美麗嗎？
- 數學令你哀愁嗎？

那些年我們一起追的女孩

美麗篇

羅素數學之美

羅素：「數學，如果正確地看它，不但擁有真理，而且也具有至高無尚的美，正如雕塑，是一種冷峻而嚴肅的美…這種美沒有繪畫或音樂華麗的裝飾，是一種極致的純淨，只有最偉大的藝術才能展現的一種苛刻的完美。」



龐加萊論數學之美

數學家研究純數學不在於它的實用，而是從中獲得愉悅。而之所以愉悅是因為數學的美。

哈地論數學之美

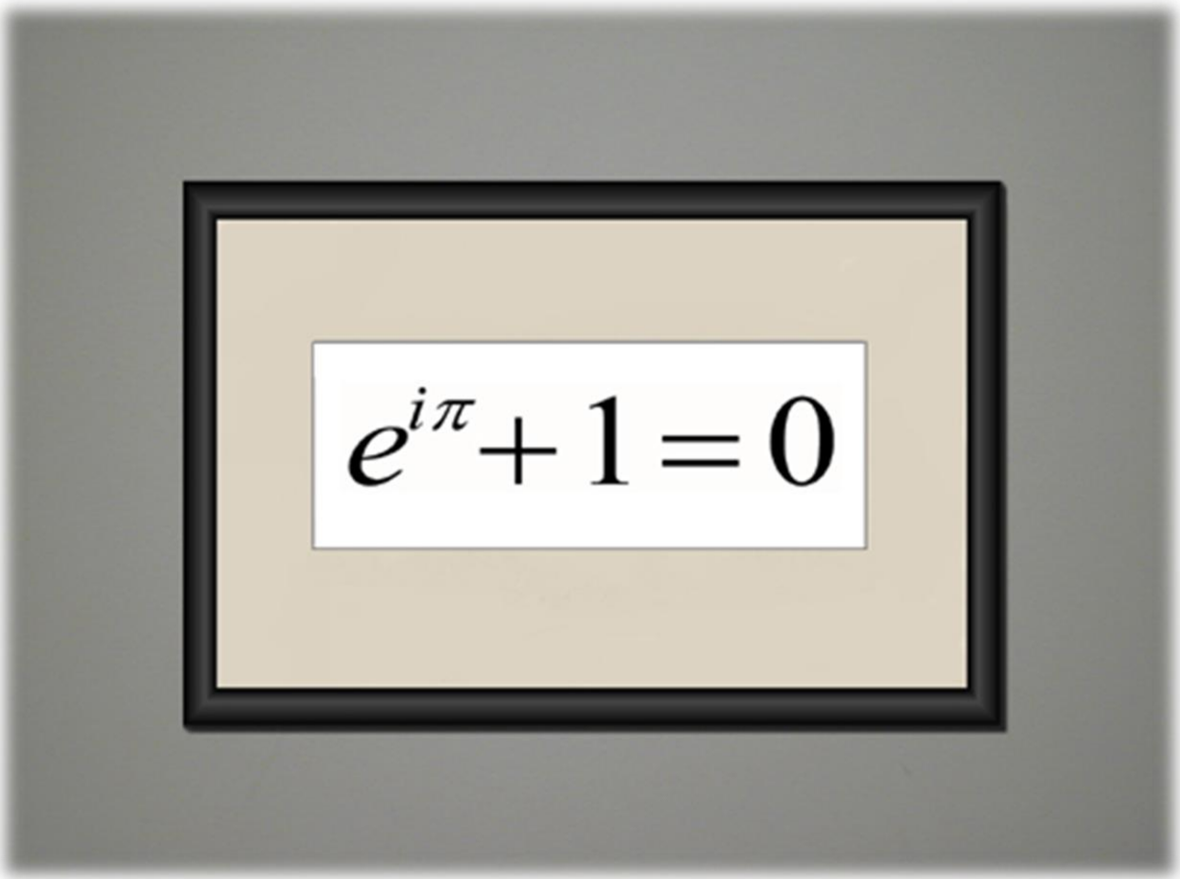
數學家的模式和畫家或詩人一樣一定是美麗的。想法就像是顏色或文字必定以和諧的方式組合。美是最優先的試驗，醜陋的數學在這世界沒有永久的位置。

費曼論數學之美

對不瞭解數學的人而言，要深刻體驗數學之美~大自然最深層的美~是相當困難的。如果你要瞭解大自然、欣賞大自然，**你就必須理解它所說的語言。**

最美麗的數學公式

—歐拉恆等式



歐拉恆等式何美之有

- 1：人類懂得計數的第一個數
- 0：最沒有需要卻最實用的數
- π：與人類纏綿糾葛最久的數
- i ：根本不能算是個數字的數
- e：超越現實發想所產生的數

$\left(1+\frac{r}{n}\right)^{nt}$ =S本利和 $\lim_{n\to\infty}\left(1+\frac{1}{n}\right)^{n}=e$

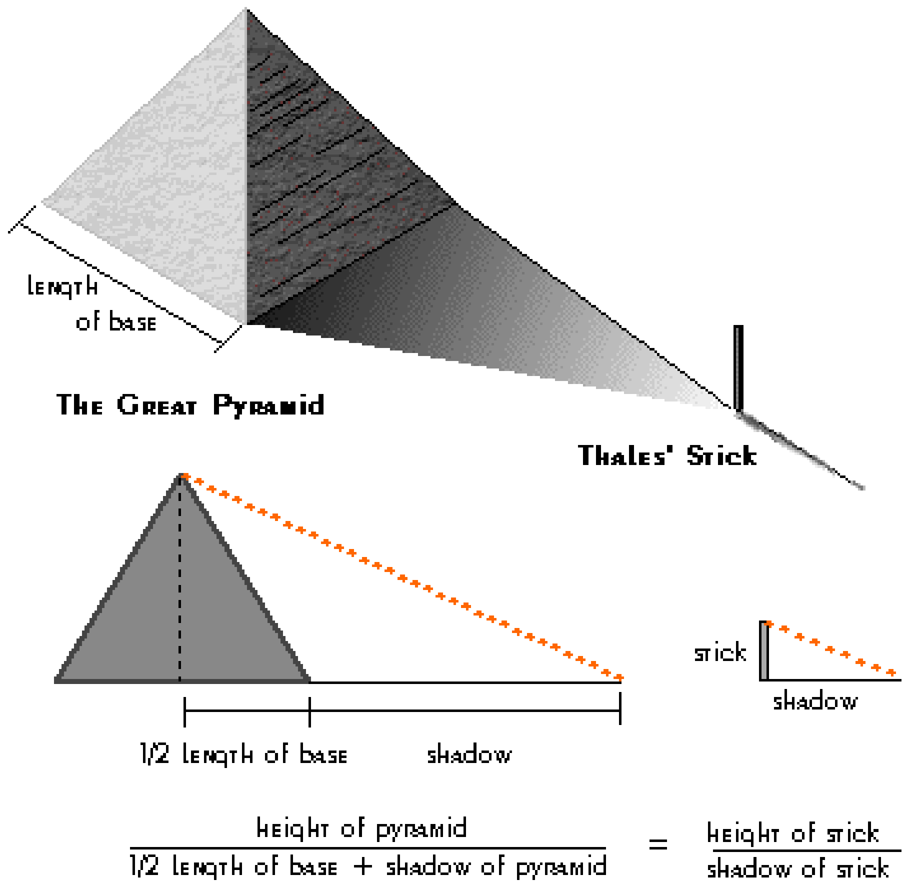
美麗數學公式的條件

- Simplicity-簡明
- Brevity-扼要
- Depth-深度
- Surprise-驚奇

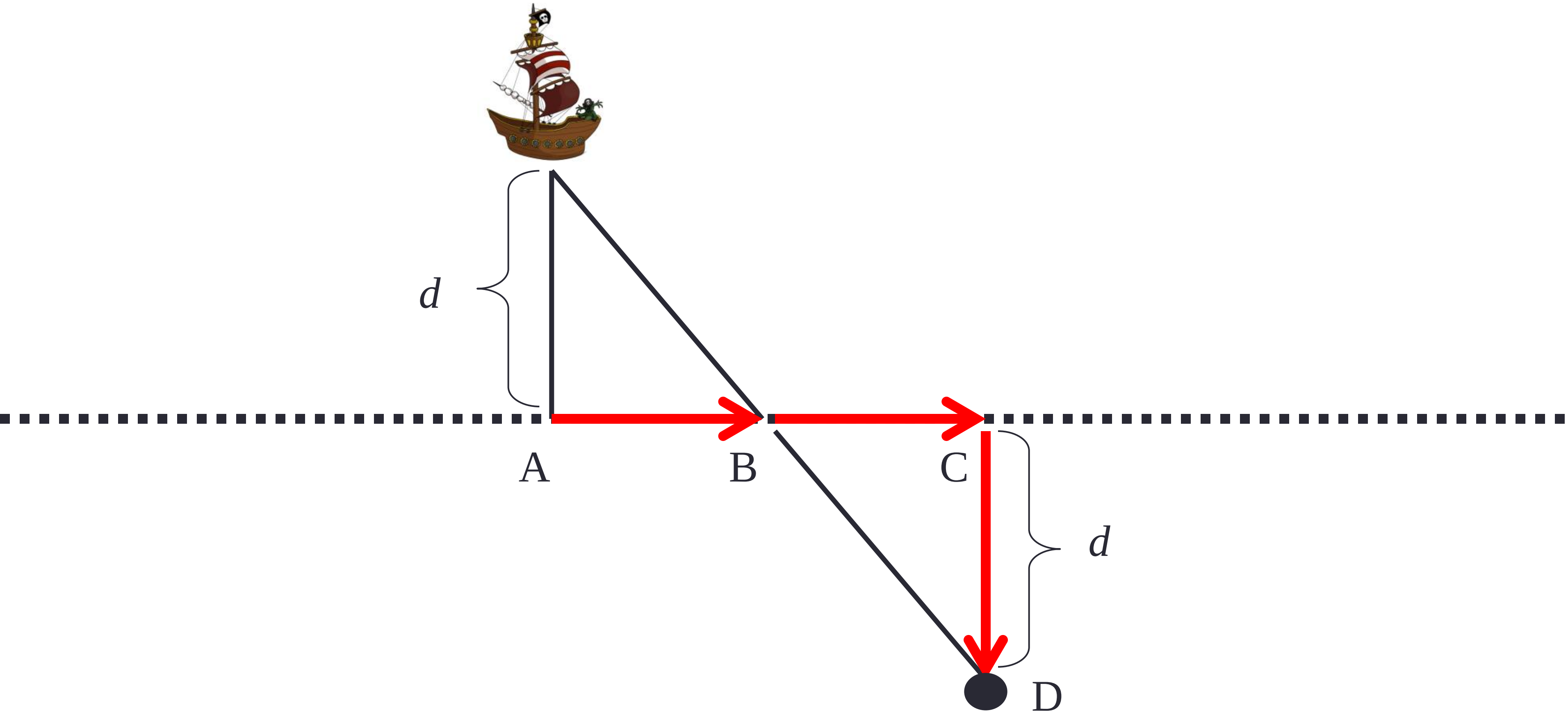
愛奧尼亞學派

- 泰利斯 (Thales, BC 624-546 ?)
- 亞氏譽為哲學之父
- 偉大的自然觀察家
- 空氣、水、土循環論
- 掌握天文與自然現象的規律性
- 善於利用幾何進行測量

泰利斯測金字塔高

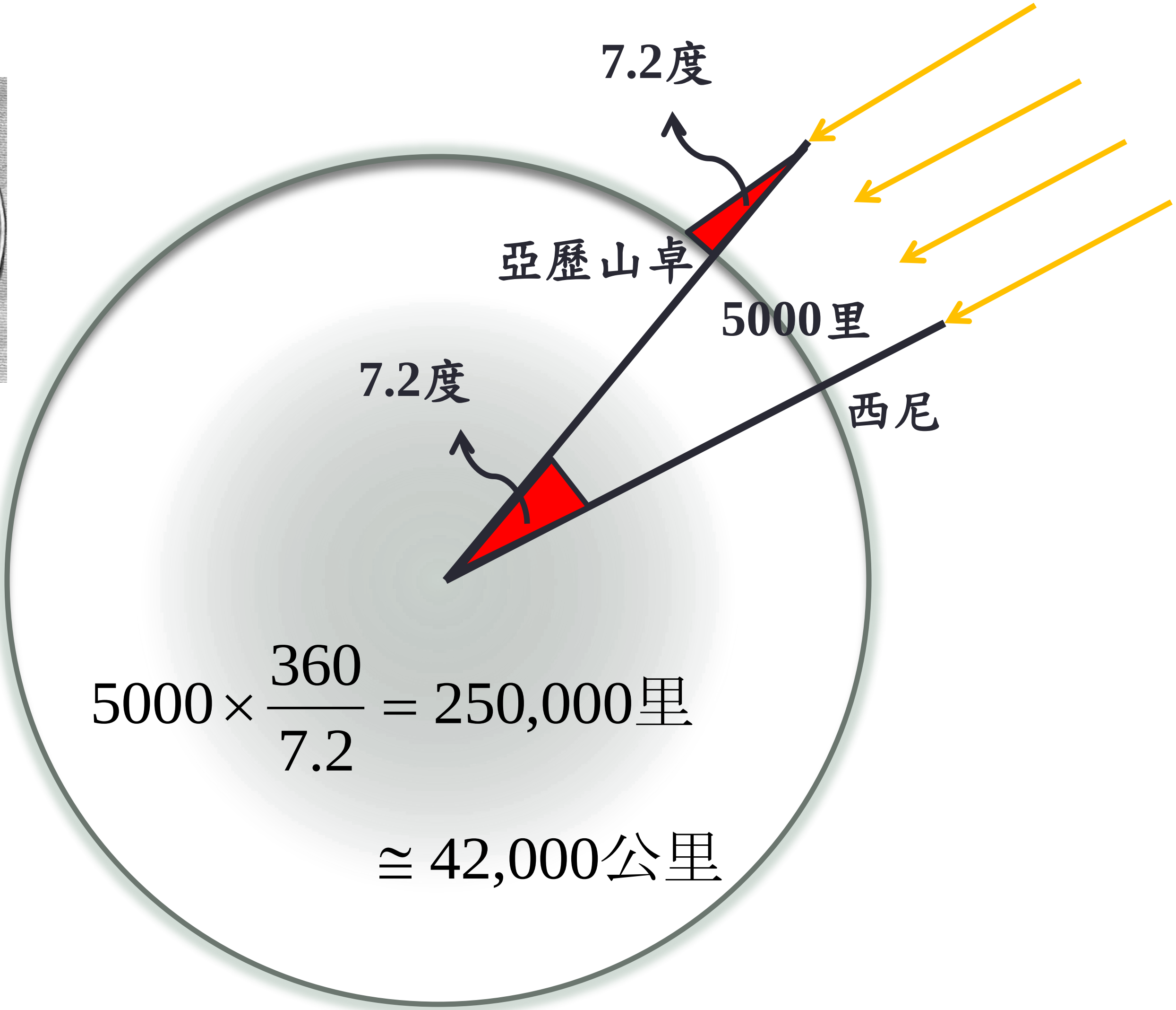

length
of base
The Great Pyramid
Thales' Stick
stick
shadow
1/2 length of base
shadow
height of pyramid
1/2 length of base + shadow of pyramid
=
height of stick
shadow of stick

泰利斯測船離岸之距離



B點與船成一直線

埃拉托森內斯測地球圓周



$$5000 \times \frac{360}{7.2} = 250{,}000\text{里}$$

$$\cong 42{,}000\text{公里}$$

哀愁篇之一

悲劇宿命?

博士熱愛的算式

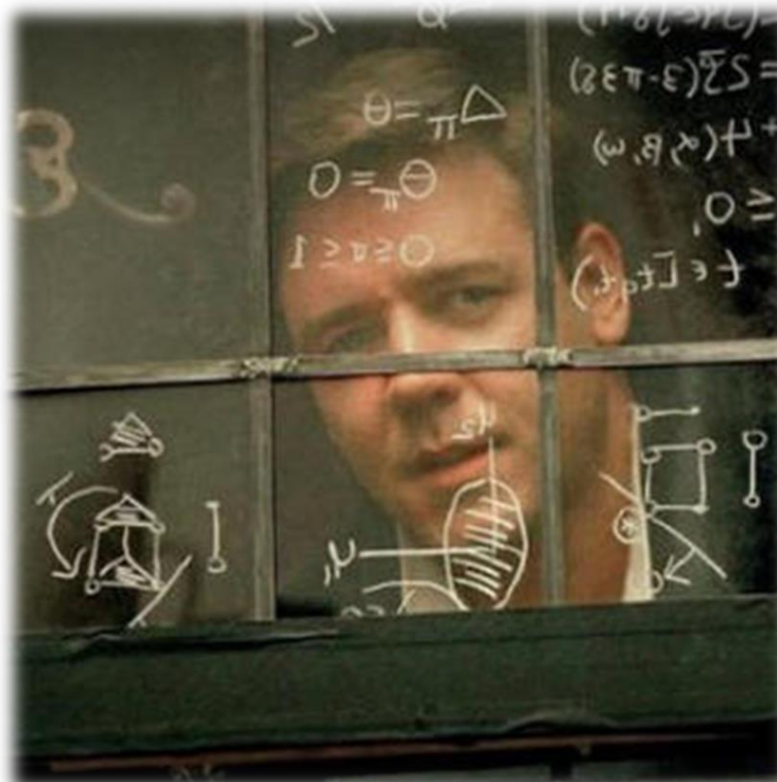
美麗與醜陋只有一線之隔

$$e^{i\pi} = -1$$

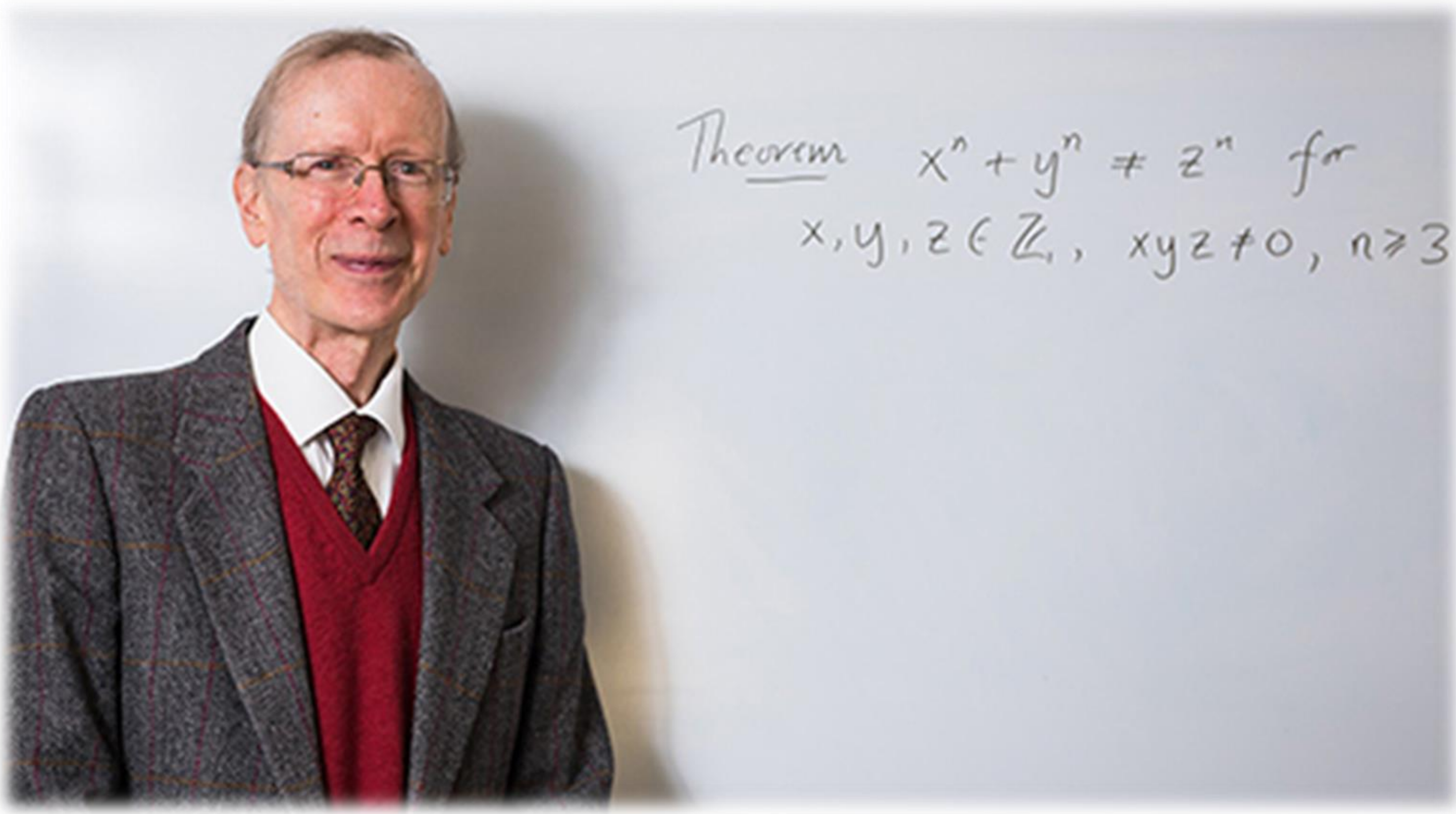
$$e^{i\pi} + 1 = 0$$

1只要換邊一站，馬上可以使遺憾變圓滿

John Nash的美麗境界



安德魯懷爾斯



故事的始做俑者~費馬

- 費馬（Pierre de Fermat）是十七世紀時的法國專職律師，也是一位業餘數學家(業餘數學家之王)。
- 費馬熱衷於整理古希臘的數學典籍，亦習慣性地將個人心得填寫於書頁空白處。

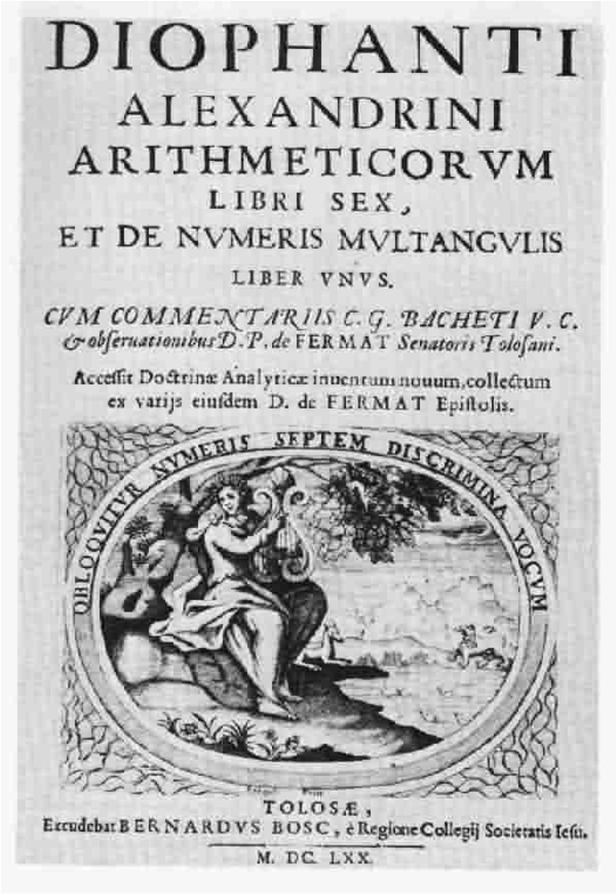
大哉問

- $x^2+y^2=z^2$有無限多組整數解
- $x^3+y^3=z^3$有沒有整數解？
- $x^4+y^4=z^4$有沒有整數解？

……

- 對$n>2$，$x^n+y^n=z^n$ 呢？

丟番圖的算術書



DIOPHANTI
ALEXANDRINI
ARITHMETICORVM
LIBRI SEX,
ET DE NVMERIS MVLTANGVLIS
LIBER VNVS.
CVM COMMENTARIIS C. G. BACHETI V. C.
& obseruationibus D. P. de FERMAT Senatoris Tolosani.
Accessit Doctrinæ Analyticæ inuentum nouum, collectum
ex varijs eiusdem D. de FERMAT Epistolis.

TOLOSÆ,
Excudebat BERNARDVS BOSC, è Regione Collegij Societatis Iesu.
M. DC. LXX.

Arithmeticorum Liber II. 61

interuallum numerorum 2. minor autem 1 N. atque ideo maior 1 N. + 2. Oportet itaque 4 N. + 4. triplos esse ad 2. & adhuc superaddere 10. Ter igitur 2. adscitis vnitatibus 10. æquatur 4 N. + 4. & fit 1 N. 3. Erit ergo minor 3. maior 5. & satisfaciunt quæstioni.

IN QVÆSTIONEM VII.

CONDITIONIS appositæ eadem ratio est quæ & appositæ præcedenti quæstioni, nil enim aliud requirit quàm vt quadratus interualli numerorum sit minor interuallo quadratorum, & Canones iidem hic etiam locum habebunt, vt manifestum est.

QVÆSTIO VIII.

PROPOSITVM quadratum diuidere in duos quadratos. Imperatum sit vt 16. diuidatur in duos quadratos. Ponatur primus 1 Q. Oportet igitur 16 − 1 Q. æquales esse quadrato. Fingo quadratum à numeris quotquot libuerit, cum defectu tot vnitatum quod continet latus ipsius 16. esto 2 N. − 4. ipse igitur quadratus erit 4 Q. + 16. − 16 N. hæc æquabuntur vnitatibus 16 − 1 Q. Communis adijciatur vtrimque defectus, & à similibus auferantur similia, fient 5 Q. æquales 16 N. & fit 1 N. 16/5 Erit igitur alter quadratorum 256/25. alter verò 144/25 & vtriusque summa est 400/25 seu 16. & vterque quadratus est.

OBSERVATIO DOMINI PETRI DE FERMAT.

Cubum autem in duos cubos, aut quadratoquadratum in duos quadratoquadratos & generaliter nullam in infinitum vltra quadratum potestatem in duos eiusdem nominis fas est diuidere cuius rei demonstrationem mirabilem sane detexi. Hanc marginis exiguitas non caperet.

QVÆSTIO IX.

RVRSVS oporteat quadratum 16 diuidere in duos quadratos. Ponatur rursus primi latus 1 N. alterius verò quotcunque numerorum cum defectu tot vnitatum, quot constat latus diuidendi. Esto itaque 2 N. − 4. erunt quadrati, hic quidem 1 Q. ille verò 4 Q. + 16. − 16 N. Cæterum volo vtrunque simul æquari vnitatibus 16. Igitur 5 Q. + 16. − 16 N. æquatur vnitatibus 16. & fit 1 N. 16/5 erit

費馬的頁角告白

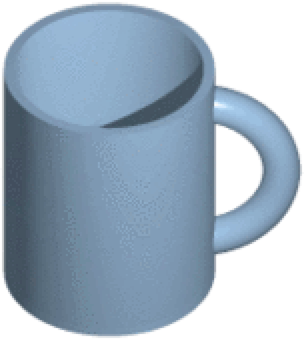
……另一方面，一個整數的立方不可能表示成兩個整數立方的和，一個整數的四次方也不能表示成兩個整數的四次方之和；或者更概括性的說，除了平方之外，一個整數之n次方不能表示成另兩個整數之n次方之和。我已為這個命題找到一個非常巧妙的證明，然而這裡狹窄的篇幅不足以讓我寫下……。

幼時的夢想

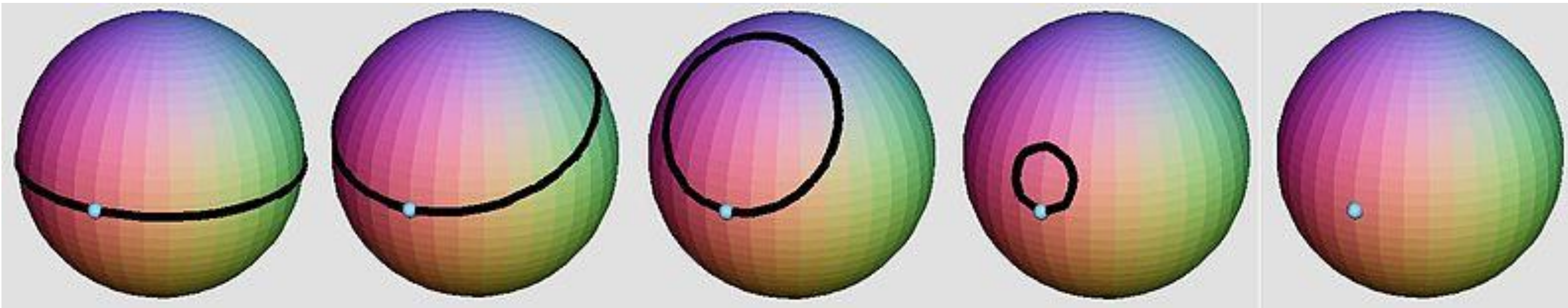
一位十歲的英國小男生，和他的前輩牛頓一樣，正在海灘嬉戲，撿拾著小貝殼。當他在圖書館被費馬最後問題所吸引時，他還不知道真理的海洋正朝他湧來……。

我想我就在這裏結束！

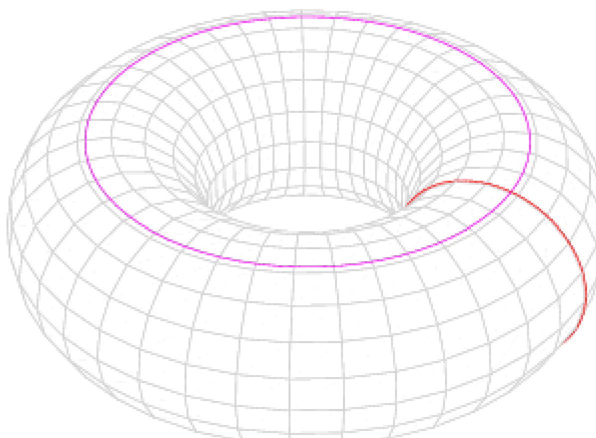
裴瑞曼



- 龐加萊猜想：一個緊緻的三維空間，如果它上面每一條封閉曲線都可以縮成一個點，則這個空間必定和三維球相同(和四度空間的球面同胚)。
- 裴瑞曼在arXiv.org發表了三篇論文，證明了龐加萊猜想。之後消聲匿跡，拒絕領獎，隱居山林。

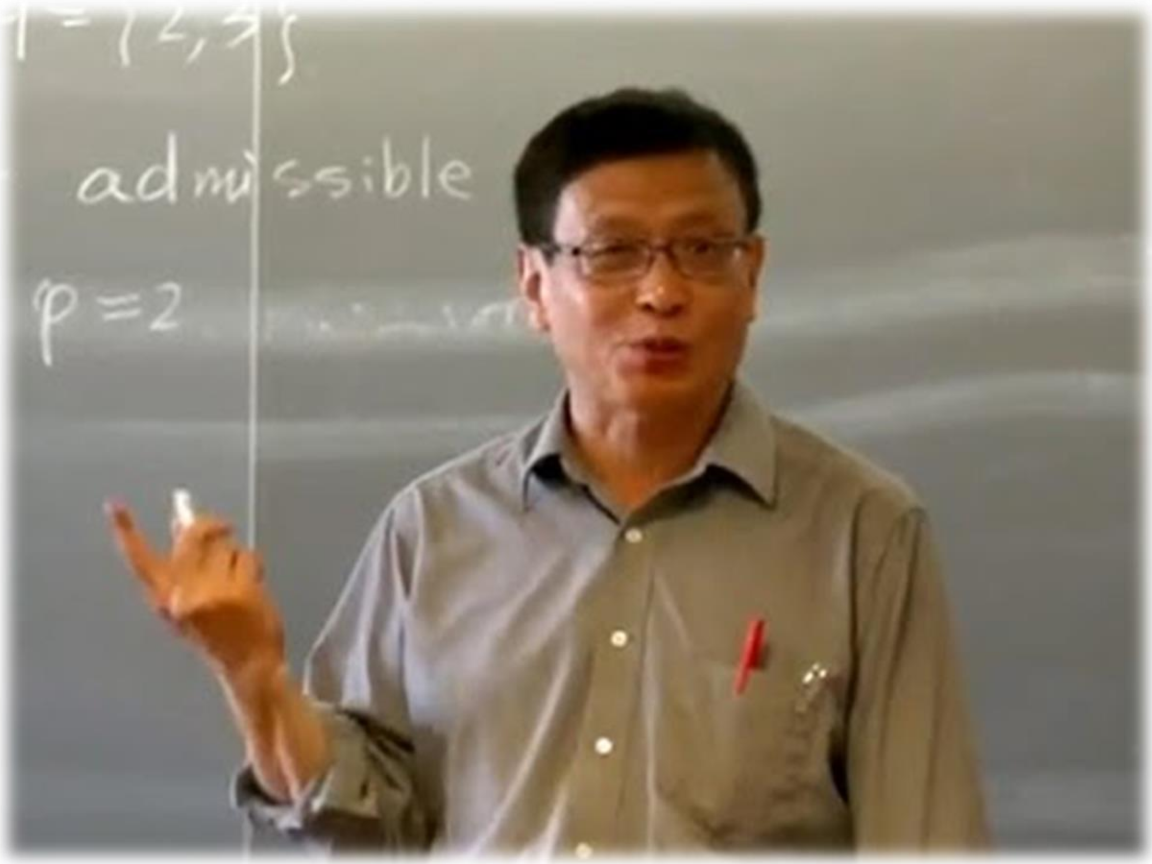


- 這上面每一條封閉曲線都可以縮成一個點，所以這個空間必定和二維球(三度空間的球面)同胚



這兩條封閉曲線無法縮成一個點，所以這空間無法和二維球同胚

張益唐與孿生質數猜想



孿生質數猜想

- (3,5), (5,7), (11,13), (17,19), (29,31),…稱為孿生質數
- 是否存在無窮多個質數 p，使得$p+2$是質數？
- 2013年5月14日，《自然》雜誌報導，數學家張益唐證明存在無窮多個質數對相差都小於7000萬
- 至2014年4月Polymath計劃已將上界降至246

數學家與數學的美麗與哀愁

- 奈許~~沉浸數學美麗境界的狂
- 懷爾斯~~幽閉自我而逐夢的靜
- 裴瑞爾曼~綻放煙火而隱世的執
- 博士~~執著最美數學公式的淒
- 張益唐~~堅定於孿生質數的寂
- 共同點：對數學之美的愛

數學的美麗與哀愁

- 數學之美麗在於它宛如綻放在旱地中的花朵，充滿耀眼生命力。
- 數學之哀愁在於它宛如綻放在旱地中的花朵，一生自顧自美麗。