虎科大2023數學基礎能力加强課程題目範例與解答(v3版)前三周+三函數大綱

1 分數四則

1. (a) $\frac{2}{3}-\frac{3}{5}=\frac{1}{15}$ (b)$1+\frac{5}{8}-\frac{1}{6}=\frac{35}{24}$

2. (a) $\frac{2}{3}(6-\frac{3}{2})=3$ (b)$(3+\frac{1}{4})(1-\frac{4}{5})=\frac{13}{20}$

3. (a) $\frac{2}{\frac{2}{3}}-\frac{\frac{2}{3}}{2}=\frac{8}{3}$ (b) $\frac{\frac{2}{5}+\frac{1}{2}}{\frac{1}{10}+\frac{3}{15}}=3$

2 指數與根式

9. 將下列指數表示法改成根式表示法:
   (a)$4^{2/3}=\sqrt[3]{16}=2\sqrt[3]{2}$ (b)$10^{-3/2}=\frac{1}{10\sqrt{10}}=\frac{\sqrt{10}}{100}$
   (c)$2^{-1.5}=\frac{1}{2\sqrt{2}}=\frac{\sqrt{2}}{4}$ (d)$a^{2/5}=\sqrt[5]{a^2}=(\sqrt[5]{a})^2$

10. 將下列根式表示法改成指數表示法:
   (a)$\frac{1}{\sqrt{3}}=3^{-0.5}$ (b)$\sqrt[3]{7^2}=7^{2/3}$
   (c)$\sqrt[5]{5^3}=5^{3/5}$ (d)$\frac{1}{\sqrt{x^5}}=x^{-5/2}$

11. 計算下列各式
   (a)$-2^6=-64$ (b)$(-2)^6=64$ (c) $(\frac{1}{5})^2\cdot(-3)^3=\frac{-27}{25}$

12. 計算下列各式
   (a)$(\frac{5}{3})^0\cdot 2^{-1}=\frac{1}{2}$ (b)$\frac{2^{-3}}{3^0}=\frac{1}{8}$ (c) $(\frac{2}{3})^{-2}=\frac{9}{4}$

13. 化簡下列各式
   (a)$x^3\cdot x^4=x^7$ (b)$(2y^2)^3=8y^6$ (c)$y^{-2}y^7=y^5$

   (d)$x^{-5}\cdot x^3=x^{-2}=\frac{1}{x^2}$ (e)$w^{-2}w^{-4}w^5=w^{-1}=\frac{1}{w}$ (f)$\frac{x^{16}}{x^{10}}=x^6$

   (g)$\frac{a^9a^{-2}}{a}=a^6$ (h)$(a^2a^4)^3=a^{18}$ (i)$\left(\frac{x}{2}\right)^3(5x^6)=\frac{5x^9}{8}$

   (j)$(3x^3y^2)(2y^3)=6x^3y^5$ (k)$(5w^2z^{-2})^2(z^3)=25w^4z^{-1}=\frac{25w^4}{z}$

   (l)$\left(\frac{a^2}{b}\right)^5\left(\frac{a^3b^2}{c^3}\right)^3=\frac{a^{19}b}{c^9}$ (m)$\frac{(u^{-1}v^2)^2}{(u^3v^{-2})^3}=v^{10}u^{-11}=\frac{v^{10}}{u^{11}}$

   (n)$\frac{8a^3b^{-4}}{2a^{-5}b^5}=\frac{4a^8}{b^9}$ (o)$\left(\frac{y}{5x^{-2}}\right)^{-3}=\frac{125}{x^6y^3}$

14. 已知x為實數,化簡下列式子(注意正負):

(a) $\sqrt{x^2}=|x|$ (b)$\sqrt[3]{x^3}=x$

(c) $\sqrt[6]{x^6}=|x|$ (d) $\sqrt[10]{x^6}=|x|^{\frac{3}{5}}$

(e) $\sqrt[5]{x^3}=x^{\frac{3}{5}}$

15. 已知x,a,b為<u>非負實數</u>,化簡下列式子:

(a) $\sqrt[4]{x^4}=x$ (b) $\sqrt[4]{16x^8}=2x^2$

(c)$\sqrt[6]{64a^6b^7}=2ab\sqrt[6]{b}$ (d)$\sqrt[3]{a^2b}\sqrt[3]{64a^4b}=4a^2b^{2/3}$

16. 化簡下列式子:

(a)$\sqrt{32}+\sqrt{18}=7\sqrt{2}$ (b)$\sqrt{75}+\sqrt{48}=9\sqrt{3}$

17. 已知x,y,a為<u>非負實數</u>,化簡下列式子:

(a)$\sqrt{9a^3}+\sqrt{a}=(3a+1)\sqrt{a}$ (b)$\sqrt{16x}+\sqrt{x^5}=(4+x^2)\sqrt{x}$

(c)$\sqrt{81x^2+81}=9\sqrt{x^2+1}$ (d)$\sqrt{36x^2+36y^2}=6\sqrt{x^2+y^2}$

18. 計算下列式子:

(a)$16^{1/4}=2$ (b)$-8^{1/3}=-2$

(c)$9^{-1/2}=\dfrac{1}{3}$ (d)$32^{2/5}=4$

(e)$(\frac{4}{9})^{-1/2}=\dfrac{3}{2}$ (d)$(\frac{16}{81})^{3/4}=\dfrac{8}{27}$

19. 化簡下列式子$(x,y,w,a>0)$:

(a)$x^{3/4}x^{5/4}=x^2$ (b)$y^{2/3}y^{4/3}=y^3$

(c)$\dfrac{w^{4/3}w^{2/3}}{w^{1/3}}=w^{5/3}$ (d)$\dfrac{a^{5/4}(2a^{3/4})^3}{a^{1/4}}=8a^{13/4}$

20. 化簡下列式子$(s,t,x,y,z>0)$:

(a)$\dfrac{(8s^3t^3)^{2/3}}{(s^4t^{-8})^{1/4}}=4st^4$ (b)$\dfrac{(32x^5y^{-3/2})^{2/5}}{(x^{5/3}y^{2/3})^{3/5}}=\dfrac{4x}{y}$

(c)$\left(\dfrac{x^{3/2}}{y^{-1/2}}\right)^4\left(\dfrac{x^{-2}}{y^3}\right)=\dfrac{x^4}{y}$

(d)$\left(\dfrac{4y^3z^{2/3}}{x^{1/2}}\right)^2\left(\dfrac{x^{-3}y^6}{8z^4}\right)^{1/3}=\dfrac{8y^8}{x^2}$

21. 化簡下列式子$(x,y,u,v>0)$:

(a) $\sqrt[6]{y^5}\sqrt[3]{y^2}=y^{3/2}$ (b)$(5\sqrt[3]{x})(2\sqrt[4]{x})=10x^{7/12}$

(c) $\sqrt[3]{y\sqrt{y}} = y^{1/2}$ (d) $\sqrt{\dfrac{16u^3v}{uv^5}} = \dfrac{4u}{v^2}$

22. 有理化下列式子的分母部分($x > 0$):
(a) $\dfrac{1}{\sqrt{6}} = \dfrac{\sqrt{6}}{6}$ (b) $\sqrt{\dfrac{3}{2}} = \dfrac{\sqrt{6}}{2}$ (c) $\dfrac{9}{\sqrt[4]{2}} = \dfrac{9\sqrt[4]{8}}{2}$
(d) $\dfrac{1}{\sqrt{5x}} = \dfrac{\sqrt{5x}}{5x}$ (e) $\sqrt{\dfrac{x}{5}} = \dfrac{\sqrt{5x}}{5}$ (f) $\sqrt[5]{\dfrac{1}{x^3}} = \dfrac{\sqrt[5]{x^2}}{x}$

3 代數乘法與因式分解

23. 請提出公因式,並因式分解:
(a)$-2x^3 + x = x(-2x^2 + 1)$, 在實數中可分解為$-x(\sqrt{2}x + 1)(\sqrt{2}x - 1)$

(b)$y(y-6) + 9(y-6) = (y+9)(y-6)$

(c)$2x^2y - 6xy^2 + 3xy = xy(2x - 6y + 3)$

24. 因式分解下列各式:
(a)$x^2 + 8x + 7 = (x+7)(x+1)$

(b)$8x^2 - 14x - 15 = (4x+3)(2x-5)$

(c)$(3x+2)^2 + 8(3x+2) + 12 = (3x+8)(3x+4)$

(d)$9a^2 - 16 = (3a-4)(3a+4)$

(e)$27x^3 + y^3 = (3x+y)(9x^2 - 3xy + y^2)$

(f)$8s^3 - 125t^3 = (2s-5t)(4s^2 + 10st + 25t^2)$

25. 利用分組,因式分解下列各式:
(a)$x^3 + 4x^2 + x + 4 = (x^2+1)(x+4)$

26. 分解下列式子:
(a) $x^{-3/2} + 2x^{-1/2} + x^{1/2} = \dfrac{(x+1)^2}{x^{3/2}}$

(b)$(x^2+1)^{1/2} + 2(x^2+1)^{-1/2} = \dfrac{x^2+3}{(x^2+1)^{1/2}}$

(c)$t^2-6t+9=(t-3)^2$

(d)$4x^2+4xy+y^2=(2x+y)^2$

(e)$(a+b)^2-(a-b)^2=4ab$

(f)$x^3+2x^2+x=x(x+1)^2$

(g)$x^4y^3-x^2y^5=x^2y^3(x-y)(x+y)$

(h)$3x^3-x^2-12x+4=(3x-1)(x-2)(x+2)$

4 分式型態

29. 化簡下列分式:
(a)$\dfrac{x^2+2x-15}{x^2-25}\cdot\dfrac{x-5}{x+2}=\dfrac{x-3}{x+2}$
(b)$\dfrac{x+3}{4x^2-9}\div\dfrac{x^2+7x+12}{2x^2+7x-15}=\dfrac{x+5}{(2x+3)(x+4)}$

30. 加或減(合併):
(a)$\dfrac{3}{x+1}-\dfrac{1}{x+2}=\dfrac{2x+5}{(x+1)(x+2)}$
(b)$\dfrac{5}{2x-3}-\dfrac{3}{(2x-3)^2}=\dfrac{10x-18}{(2x-3)^2}$

31. 複合分式化簡:

(a)$\dfrac{1+\dfrac{1}{x}}{\dfrac{1}{x}-2}=\dfrac{x+1}{1-2x}$

(b)$\dfrac{x-\dfrac{x}{y}}{y-\dfrac{y}{x}}=\dfrac{x^2(y-1)}{y^2(x-1)}$

(c)$\dfrac{\dfrac{1}{1+x+h}-\dfrac{1}{1+x}}{h}=\dfrac{-1}{(1+x+h)(1+x)}$

(d)$\dfrac{2(1+x)^{1/2}-x(1+x)^{-1/2}}{x+1}=\dfrac{x+2}{(x+1)^{3/2}}$

32. 有理化分母:
(a)$\dfrac{1}{5-\sqrt{3}}=\dfrac{5+\sqrt{3}}{22}$

(b)$\dfrac{2}{\sqrt{2}+\sqrt{7}}=\dfrac{2(\sqrt{7}-\sqrt{2})}{5}$

33. 有理化分子:

(a)$\dfrac{1-\sqrt{5}}{3}=\dfrac{-4}{3(1+\sqrt{5})}$

(b)$\dfrac{\sqrt{x}-\sqrt{x+h}}{h\sqrt{x}\sqrt{x+h}}=\dfrac{-1}{\sqrt{x}\sqrt{x+h}(\sqrt{x}+\sqrt{x+h})}=\dfrac{-1}{x\sqrt{x+h}+(x+h)\sqrt{x}}$

5 解方程式

34. 解方程式

(a)$-x+3=4x$

答:$x=\dfrac{3}{5}$

(b)$PV=nRT$,解R

答:$R=\dfrac{PV}{nT}$

(c)$P=2l+2w$,解w

答:$w=\dfrac{P-2l}{2}$

(d)$\dfrac{ax+b}{cx+d}=2$,解x

答:$x=\dfrac{2d-b}{a-2c}$,如果$a-2c\neq 0$

35. 解二次方程式

(a)$x^2+x-12=0$

答:$x=-4,3$

(b)$2x^2-8=0$

答:$x=\pm 2$

(c)$(2x-5)^2=81$

答:$x=7,-2$

36. 配完全平方解方程式:

(a)$x^2+2x-5=0$

解:$(x+1)^2=6$, 所以$x=-1\pm\sqrt{6}$

(b)$2x^2+8x+1=0$

解:$2(x+2)^2=7$, 所以$x=-2\pm\sqrt{\frac{7}{2}}$

37. 解二次方程式(利用因式分解或公式)

(a)$x^2-13x+42=0$

答:$x=7,6$

(b)$9x^2+12x+4=0$

答:$x=\frac{-2}{3}$(重根)

(c)$7x^2-2x+4=0$

答:判別式$b^2-4ac=(-2)^2-4\cdot 7\cdot 4=-108<0$,無實數解

38. 判斷下列二次方程式有幾個根?

(a)$x^2-6x+1=0$

答:判別式$b^2-4ac=32>0$,二相異實根(或配方,$(x-3)^2=8$,$x=3\pm 2\sqrt{2}$). QED.

(b)$x^2+2.2x+1.21=0$

答:$(x+1.1)^2=0, x=-1.1$(一個根,重根)

(c)$4x^2+5x+\frac{13}{8}=0$

答:判別式$b^2-4ac=5^2-4\cdot 4\cdot\frac{13}{8}=-1<0$,無實根. QED.

39. 解方程式

(a)$\frac{1}{x-1}+\frac{1}{x+2}=\frac{5}{4}$

答:通分整理後得二次方程式$5x^2-3x-14=0$,

解出$x=2,\frac{-7}{5}$

(注意:如果求解得$x=-2$或$x=1$,這就必須剔除,因為會讓原式分母為0). QED.

(b)$\sqrt{2x+1}+1=x$

解:$\sqrt{2x+1}=x-1$,平方後得$2x+1=x^2-2x+1$,得$x=0,4$ (0不合)

注意:解必須滿足$2x+1\geq 0$,否則會使$\sqrt{2x+1}$無法計算. QED.

(c)$x^4-13x^2+40=0$

解:$(x^2-8)(x^2-5)=0$,所以$x=\pm 2\sqrt{2},\pm\sqrt{5}$

注意:將x^2視為u,得到$u^2-13u+40=0$的二次方程式. QED.
(d)$x^{4/3}-5x^{2/3}+6=0$

解: 設$u=x^{2/3}$,則$u^2-5u+6=0$,可得$u=2,3$,

$x^{2/3}=2,3$,兩邊三次方,得$x^2=8,27$,開根號得$x=\pm 2\sqrt{2},\pm 3\sqrt{3}$.

注意:$x^{2/3}$在計算時,可以先求x^2再開三次方根,或先把x開三次方根,再平方. QED.

(e)$|3x+5|=1$
解: $3x+5=\pm 1$, $3x=-4,-6$, $x=\dfrac{-4}{3},-2$.

6 平面幾何

48. 依下列給定條件找出圓方程式:
(a)圓心$(2,-1)$,半徑3
(b)直徑的兩端點為$P(-1,1),Q(5,9)$

解: (a) $(x-2)^2+(y+1)^2=9$

(b) $(x-2)^2+(y-5)^2=25$

49. 求圓心與半徑
(a)$x^2+y^2+4x-6y+12=0$
(b)$2x^2+2y^2-3x=0$
解: (a) $(x+2)^2+(y-3)^2=1$,圓心$(-2,3)$,半徑1

(b) $(x-\frac{3}{4})^2+y^2=(\frac{3}{4})^2$,圓心$(3/4,0)$,半徑$3/4$

50. 直線問題
(a)計算直線PQ的斜率$P(-1,2),Q(0,0)$
(c)求直線方程式:斜率5,通過$(2,3)$
(d)求直線方程式:通過$(2,1),(1,6)$
(e)求直線方程式:斜率0,通過$(1,3)$
(f)求直線方程式:斜率不存在,通過$(2,1)$
(g)求直線方程式:通過$(1,6)$,跟$x+2y=6$平行

(h)求直線方程式:通過$(-1,-2)$,跟$2x+5y+8=0$垂直

解: (a) $y=-2x$,(c)$y=5x-7$,(d)$y-1=-5(x-2)$,

(e)$y=3$, (f) $x=2$,(g) $x+2y=13$, (h) $2y=5x+1$

7 多項式除法

57. 計算除法$P(x)$除以$D(x)$的商式$Q(x)$以及餘式$R(x)$
以$\dfrac{P(x)}{D(x)}=Q(x)+\dfrac{R(x)}{D(x)}$表示:
$P(x)=2x^2-5x-7, D(x)=x-2$

解:$\dfrac{2x^2-5x-7}{x-2}=(2x-1)+\dfrac{-9}{x-2}$. QED

58. 計算除法$P(x)$除以$D(x)$的商式$Q(x)$以及餘式$R(x)$
以$P(x)=Q(x)\cdot D(x)+R(x)$表示:
$P(x)=-x^3-2x+6, D(x)=x+1$

解:$-x^3-2x+6=(-x^2+x-3)(x+1)+9$, QED.

59. 長除法(可使用分離係數法或綜合除法):
(a)$\dfrac{x^3+2x+1}{x^2-x+3}$
(b)$\dfrac{x^3-8x+2}{x+3}$
解:(a) $\dfrac{x^3+2x+1}{x^2-x+3}=x+1+\dfrac{-2}{x^2-x+3}$,
(b)$\dfrac{x^3-8x+2}{x+3}=(x^2-3x+1)+\dfrac{-1}{x+3}$, QED.

60. 計算$P(x)$除以$x-c$的餘式,其中$P(x)=4x^2+12x+5, c=-1$.
解: 餘式定理:如果$P(x)$除以$(x-c)$的商為$Q(x)$,餘式為r
(次數小於$x-c$次數,所以只有常數項),則
$P(x)=(x-c)Q(x)+r$,
這是恆等式.代入$x=c$,可得
$P(c)=(c-c)Q(c)+r=0\cdot Q(c)+r=r$.
由餘式定理,$P(-1)=4-12+5=-3$,所以餘式為-3, QED.

61. 計算$P(x)$除以$x-c$的餘式,其中$P(x)=x^3-3x^2+3x-1, c=1$,
請說明為何$x-1$是$P(x)$的因式.
解:由餘式定理,$P(1)=1-3+3-1=0$,所以餘式為0,
所以$(x-1)$是$P(x)$的因式, QED.

62. 計算$P(x)$除以$x-c$的餘式,其中$P(x)=x^3+2x^2-9x-18, c=-2$,
請說明為何$x+2$是$P(x)$的因式.
解:由餘式定理,$P(-2)=-8+8+18-18=0$,所以餘式為0,

所以$(x+2)$是$P(x)$的因式, QED.

63. 計算 $P(x)$次數為3,有三個實根$-1, 1, 3$,常數項為6.

解: $P(x)$為$(x+1)(x-1)(x-3)$的倍數,

$(x+1)(x-1)(x-3)=x^3-3x^2-x+3$,

乘以2後常數項為6,所以$P(x)=2x^3-6x^2-2x+6$. QED.

64. 計算 $P(x)$次數為4,有四個實根$-2, 0, 1, 3$,其中x^3係數為4.

解: $P(x)$為$(x+2)x(x-1)(x-3)$的倍數,

$(x+2)x(x-1)(x-3)=x^4-2x^3-5x^2+6x$,

乘以-2後x^3係數為4,所以$P(x)=-2x^4+4x^3+10x^2-12x$. QED.

8 對數函數(指數函數的反函數)

- 如果 $y = f(x)$是函數,輸入為x;輸出為$y = f(x)$,

  而f的反向操作(輸入y,反求x)被稱為f的反函數.
- 例如$y = x^2$,在$x \geq 0$時,$x = \sqrt{y}$為其反函數.

  有時需要加上限定條件,反向操作才能變成函數

  (例如這裡只談$x \geq 0$,在這範圍內$y = x^2$是一對一函數,才會有反函數).

- 先考慮指數函數,設$a > 0$,$a \neq 1$, 則$y = a^x$為指數函數.

  在此對任意x都有$a^x > 0$ (請參考圖形).

- 指數函數圖形($a > 1$時):

  $y = a^x$圖形為遞增,

  "對任何x都有$a^x > 0$"這一事實表示$y = a^x$圖形在x軸之上,

  且$y = a^x$通過$(0, 1)$,

  當$x \to \infty$時,$a^x \to \infty$;當$x \to -\infty$時,$a^x \to 0$(由上方靠近0).

- 指數函數圖形($0 < a < 1$時):

  $y = a^x$圖形為遞減,

  "對任何x都有$a^x > 0$"這一事實表示$y = a^x$圖形在x軸之上,

  且$y = a^x$通過$(0, 1)$,

  當$x \to \infty$時,$a^x \to 0$(由上方靠近0);當$x \to -\infty$時,$a^x \to \infty$.

- ($a = 1$時,$y = 1^x = 1$為常數函數)

- 對數函數的定義: 給定$a > 0, a \neq 1$,

  定義$x = \log_a y$,如果$y = a^x$成立. 其中y是 $\log_a y$的輸入,x是輸出

  在此a被稱為底數,log是對數函數的名字(英文為logarithm).
- 例子: $\log_2 8 = 3$,因為$8 = 2^3$,所以那個次方數3就是$\log_2 8$的答案.
- 對數函數的圖形剛好跟指數函數成對稱(因為是x, y對調).

$y = a^x$跟$y = \log_a x$是以$y = x$為鏡面反射軸形成對稱.

- 設$a > 0, a \neq 1$, 對數的規則如下:

(a) 如果$x > 0$, $a^{\log_a x} = x$; (同底時,正數先取對數再求指數可還原)(x為正數才能取log)

(b) $\log_a(a^x) = x$ (同底時,x先取指數再做對數可還原)

(c) 對任何$u, v > 0$,則$\log_a(u \cdot v) = \log_a u + \log_a v$ (對數裡面相乘則外面相加)

(d) 對任何$u, v > 0$,則$\log_a(\dfrac{u}{v}) = \log_a u - \log_a v$ (對數裡面相除則外面相減)

(e) 對任何p為實數及任何 $x > 0$,則$\log_a(x^p) = p \log_a x$ (對數裡面的次方數可移到前面當作倍數)

(f) 對數換底公式:設$a, b, x > 0$且$a \neq 1, b \neq 1$,則$\log_a x = \dfrac{\log_b x}{\log_b a}$(將底數$a$換成$b$)

(g) 基本例: $\log_a 1 = 0$, $\log_a a = \log_a a^1 = 1$, $\log_a a^k = k$;

$$\log_a \frac{1}{a} = \log_a(a^{-1}) = -1;$$

$$\log_a \sqrt{a} = \frac{1}{2}, \log_a \sqrt[n]{a} = \frac{1}{n}$$

以下是範例題目:

65. $(x, y, a, b > 0)$化簡

(a)$\log_2(6x) =$ (b)$\log_5(x^3y^6) =$ (c)$\log_7\left(\dfrac{ab}{\sqrt[3]{c}}\right)$

66. 合併

(a) $3\log x + \frac{1}{2}\log(x+1)$ (b) $3\log s + \frac{1}{2}\log t - 4\log(t^2+1)$

- log是指$\log_{10}$,以10為底. 未來微積分課程内最常用的是自然對數ln,以e為底數.
- 與根式相似的是,下列有些算式不相等,也沒有這類規則:

$\dfrac{\log 6}{\log 2}$不等於$\log\left(\dfrac{6}{2}\right)$ $\log(6+2)$不等於$\log 6 + \log 2$

67. 已知$\log 2 = a, \log 3 = b$,

(a)(利用換底公式)請將$\log_8 5$用a表示;

(b)(利用換底公式)請將$\log_9 20$用a, b表示.

- 微積分課程内,常常用ln來取代,例如$\log_2 x$,就會用換底公式進行:

$$\log_2 x = \frac{\ln x}{\ln 2}$$

68. (a)計算化簡$\log_5(\dfrac{25}{125})$ (b)計算化簡$\log_5(25^{10})$ (c)展開$\log\left(\dfrac{x^2y}{z}\right)$

(d)計算化簡$\log_2 60 - \log_2 15$ (e)計算化簡$\log_5 \dfrac{1}{\sqrt{125}}$ (f)計算化簡$\log(\log 10^{10000})$

(g) 展開$\log_a\left(\frac{x^2}{yz^3}\right)$ (h)計算化簡$\log\sqrt{x\sqrt{y\sqrt{z}}}$

- 指數方程與對數方程求解,常用以下規則:

  $\log_a u = \log_a v$可得$u = v$(其中$u, v > 0$);

  $a^u = a^v$且$a > 0, a \neq 1$,則$u = v$.

69. 解方程式
    (a) $3^{3-2x} = 4$

    (b)$e^{2x} - 5e^x + 6 = 0$

    (c)$3xe^x + x^2e^x = 0$

    (d)$\log(x^2+1) = \log(x-2) + \log(x+3)$(本題的解須符合$x > 2$)

    (e) $\log_2(25 - x) = 3$

    (f)$\log(x+2) + \log(x-1) = 1$

    (g)$2^x - 10 \cdot (2^{-x}) + 3 = 0$

    (h)$x^2 \cdot 3^x + x \cdot 3^x - 3^x = 0$

9 三角函數課程綱要(目前這部分綱要供老師參考, 由於描述過於簡略,學生可能看不太懂)

- 三角函數定義(角度多以單位圓的弧長表示,傳統以度表示角度如360°,在此換算為弧度制2π)

- 本課程內直接以斜邊為1來定義說明廣義三角函數,

- 單位圓上的點$(\cos\theta, \sin\theta)$的x座標與y座標直接是用三角函數表示

- 以$\sin\theta, \cos\theta$為基本

  $\tan\theta = \dfrac{\sin\theta}{\cos\theta}$, $\cot\theta = \dfrac{\cos\theta}{\sin\theta}$,

  $\sec\theta = \dfrac{1}{\cos\theta}$, $\csc\theta = \dfrac{1}{\sin\theta}$

- 平方關係(由畢氏定理)
  $\sin^2\theta + \cos^2\theta = 1$,
  $1 + \tan^2\theta = \sec^2\theta$,
  $1 + \cot^2\theta = \csc^2\theta$

- (以下考慮三角函數圖形,x為輸入,y為輸出)
  $y = \sin x, y = \cos x, y = \tan x$圖形簡單說明(週期),

- 電資類科系請導入方波或三角波乘上$\sin x$或$\cos x$的函數圖形

- sin(函數名稱)與 $\sin x$ (帶有輸入項的三角函數式子)這兩者不同

- $\sin^2 x = (\sin x)^2$不等於$\sin x^2$ (最後一式的平方優先計算,
  前兩式相同,第一式是常用的書寫方式,可避免過多括弧)

- $\sin^n x$寫法只用於$n > 0$(避免和反三角函數的常用符號記法衝突)

- 例子$(\sin x)^{-2} = \dfrac{1}{(\sin x)^2} = \dfrac{1}{\sin^2 x}$

- $\sin(-x) = -\sin x$為奇函數,$\cos(-x) = \cos x$為偶函數(由圖形).

- $\tan(-x) = -\tan x$ (當$x \neq (n + \frac{1}{2})\pi$時)

- 餘角關係

- 說明解釋歐拉公式(課本附錄三中有列)

- 推導和差角公式($\sin(\alpha \pm \beta)$與$\cos(\alpha \pm \beta)$)

- 特例:兩倍角公式

- 半角公式

- 積化和差公式